

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗМОЖНОСТИ ЭКРАНИРОВАНИЯ УПРУГИХ, СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫМИ ГРУНТАМИ В ВАРИАЦИОННОЙ ПОСТАНОВКЕ

Гусев Е.Л. (ИПНГ СО РАН, г. Якутск, Россия)
E-mail: elgusev@mail.ru

Abstract: *On the basis of development of the methods mathematical and computer modelling, constructive analysis of equations of distribution of elastic, seismic waves in structurally-inhomogeneous environments, taking into account the effects of transformation of the modes on structural heterogeneity it is set within the framework of the variation statement, that depending on physics-mechanical and geometrical characteristics of structurally-inhomogeneous screening constructions it is possible in considerable degree to influence on reduction of intensity of elastic, seismic waves in the wide range of the angles falling.*

Key words: *optimal design; heterogeneous structures; the required adjustment range of properties; variation statement; the necessary conditions of optimality; maximum principle L.S. Pontryagin.*

На основе развития методов математического и компьютерного моделирования, конструктивного анализа уравнений распространения упругих, сейсмических волн в структурно-неоднородных средах, учитывающих эффекты преобразования мод на структурных неоднородностях в рамках вариационной постановки установлено, что в зависимости от физико-механических и геометрических характеристик структурно-неоднородных экранирующих конструкций можно в значительной степени влиять на уменьшение интенсивности упругих, сейсмических волн в широком диапазоне углов падения.

В настоящее время вопросы, связанные с особенностями работы подземных трубопроводов, проложенных в многолетнемерзлых грунтах, при сейсмических воздействиях изучены еще далеко не достаточно. К мало изученным, в частности, относятся вопросы, связанные с определением нагрузок на трубопроводы, с уточнением характера взаимодействия трубопровода с окружающей средой.

Грунты, окружающие подземные трубопроводы, являются не только источником сейсмических волн, но и участвуют в колебательном процессе совместно с самим трубопроводом. Установлено, что от свойств грунтов существенно зависит интенсивность сотрясения и особенности развития колебательного процесса в системе трубопровод - грунт. В зависимости от физико-механических свойств окружающей трубопровод среды, плотности грунтов, наличия мерзлоты, напластований, степени обводненности и льдистости грунтов различными будут интенсивность землетрясения, особенности распространения и затухания сейсмических волн, характер передачи статических и динамических нагрузок на сооружение.

Слои грунта, непосредственно, прилегающие к трубопроводу, совершают колебания совместно с трубопроводом с некоторой общей частотой. Это обстоятельство в значительной степени определяет величину сейсмического воздействия и параметры колебаний трубопровода или системы грунт - трубопровод. Задача о количественной оценке параметров колебаний системы грунт - трубопровод весьма сложная.

Наряду с экспериментальными исследованиями значительное внимание следует уделять математическому и компьютерному моделированию процессов взаимодействия сейсмических волн с неоднородными грунтами, разработке новых численных и

аналитических методов решения задач о расчете трубопроводов на сейсмические воздействия.

Установлены особенности механизма возникновения колебаний в трубопроводах при сейсмических воздействиях, а также характер поведения трубопроводов во время землетрясения. Результаты анализа последствий ряда крупных землетрясений, экспериментальные и теоретические исследования показали, что причиной повреждения и разрушения трубопроводов является возникновение значительных напряжений растяжения - сжатия. Особенно многочисленные разрушения возникают на тех участках трубопроводов, направление которых является таким же, как и направление распространения сейсмических волн.

В ряде работ показано, что величины и направления деформаций трубопроводов как правило, совпадают с деформациями прилежащих (смежных с трубопроводами) участков грунта.

Когда в результате сейсмического толчка в грунте возникают и распространяются сейсмические волны, то подземный трубопровод, заземленный окружающим грунтом, вовлекается в колебательный процесс. Пока грунт является талым, то он передает усилия трубопроводу с определенными «проскальзываниями», поскольку при значительных смещениях грунта будет происходить срыв по границе труба - грунт. При этом смещения в грунтовой среде всегда будут больше, чем в трубопроводе.

Сейсмическая волна, как правило, будет иметь скорость распространения большую в трубопроводе, чем в грунте, и достигнет по трубопроводу участков, еще не вовлеченных в колебательный процесс. На этих участках труба будет служить генератором колебаний, а грунт будет играть роль демпфера. При этом во всех случаях следует рассматривать колебания системы трубопровод - грунт, т.е. как трубопровод и плюс некоторая «присоединенная масса», динамические характеристики которой будут отличаться от таковых трубопровода, условно выделенного из грунтовой среды.

Исследования показывают, что возможны две схемы работы трубопровода:

Первая схема. Бесконечный или ограниченной длины трубопровод погружен в грунт, вовлеченный в колебательный процесс; усилие в трубопроводе вызывается напряженно - деформированным состоянием (НДС) грунтовой среды.

Вторая схема. Бесконечный или ограниченной длины колеблющийся трубопровод погружен в грунтовую среду, препятствующую колебательному процессу.

В связи с возрастающим строительством многочисленных объектов, в том числе магистральных трубопроводов в районах Крайнего Севера, где высокая сейсмическая активность сочетается с наличием многолетнемерзлых грунтов, значительную актуальность приобретает изучение влияния многолетнемерзлых грунтов на характер распространения и интенсивность проявления сейсмических волн.

В последние годы начаты исследования сейсмических свойств мерзлых и вечномерзлых грунтов. Рассматривались вопросы влияния состояния мерзлых грунтов на их сейсмические свойства, приведены данные инструментальных замеров амплитуд, периодов, ускорений и других параметров колебаний при распространении сейсмических волн в мерзлых и вечномерзлых грунтах.

Установлено, что на расстояниях до 300—500 км от очага землетрясения плотность энергии, период, ускорение и амплитуда колебаний в мерзлых грунтах несколько меньше, чем в талых. Однако при удалении от очага землетрясения более чем на 500 км перечисленные выше параметры землетрясения в мерзлых грунтах выше, чем в талых. Абсолютные же значения этих параметров при значительной удаленности от эпицентра, как правило, невелики.

Установлено, что демпфирующие свойства мерзлых грунтов гораздо ниже, чем у талых нескальных пород. Поэтому затухание колебаний в мерзлых грунтах происходит гораздо медленнее, чем в талых. Поэтому уровень всех параметров колебания в мерзлых грунтах снижается с увеличением расстояния от эпицентра медленнее, чем в талых.

В летний период интенсивность сотрясения при распространении сейсмических волн будет определяться характеристиками сезоннооттаивающего слоя, т. е. верхних слоев грунта (видами грунтов, степенью их обводненности и т. д.). Как показывают эксперименты, в случае погружения трубопровода в мерзлый грунт сцепление трубопровода с грунтом, резко возрастает. Следовательно, колебания трубопровода будут происходить совместно с большим объемом грунта (т.е. величина «присоединенной массы» будет большой), $\varepsilon_{mp} = \varepsilon_{gp}$. Усилия же от сейсмических волн непосредственно на трубопровод (а не на массив с включением трубопровода) передадутся только после образования в грунте трещин.

В последние годы наряду с экспериментальными исследованиями серьезное внимание уделяется математическому и компьютерному моделированию исследуемых процессов, приближенным методам расчета, а также разработке новых аналитических методов решения задач о расчете трубопроводов на сейсмические воздействия.

Будем рассматривать первую схему работы трубопровода, когда бесконечный или ограниченной длины трубопровод погружен в грунт, вовлеченный в колебательный процесс, а усилия в трубопроводе вызываются НДС грунтовой среды.

В работах автора разработан единый подход к исследованию качественных закономерностей взаимодействия волновых процессов различной физической природы с неоднородными средами, состоящими из системы слоев с различными физико-механическими свойствами [1-8]. Исследования волновых процессов в слоисто-неоднородных средах впервые были систематизированы в работе Л.М. Бреховских [9] и развиты в дальнейшем в работе [10]. Результаты исследований, приведенные в данных работах, взяты автором за основу разработки единого подхода к исследованию качественных закономерностей взаимодействия волновых процессов различной физической природы с неоднородными средами, состоящими из системы слоев с различными физико-механическими свойствами.

Рассмотрим вопрос о применении разработанной методологии для решения задач экранирования упругих, сейсмических волн, приповерхностными слоями. Будем рассматривать падение немонахроматической упругой волны на многослойную систему, состоящую из плоскопараллельных изотропных слоев. Наружная поверхность конструкции совпадает с плоскостью xOy декартовой системы координат. Ось z декартовой системы координат направлена внутрь конструкции, перпендикулярно плоскостям раздела слоев с различными физическими свойствами. Обозначим через ϑ_0 – угол, составляемый нормалью к фронту волны с осью z в полупространстве, откуда приходит волна, т.е. ϑ_0 – угол падения упругой волны. Общие уравнения распространения упругих волн в системе слоев с различными физическими свойствами вида могут быть конкретизированы в виде:

$$\mu_s \Delta u_s(x, y, z, t) + (\lambda_s + 2\mu_s) \text{grad div}(u_s(x, y, z, t)) = \rho_s \frac{\partial^2 u_s(x, y, z, t)}{\partial t^2},$$

$$s = 1, \dots, N. \quad (1)$$

В этих обозначениях: $\mathbf{u}_s(x, y, z, t)$ - вектор смещения частиц в s -ой среде, ρ_s - плотность s -го слоя, λ_s, μ_s - параметры Ламэ s -го слоя.

В качестве показателя эффективности решений в исследуемой вариационной постановке рассматривается среднеквадратическая мера близости зависимости энергетиче-

ческого коэффициента пропускания $T(\omega)$ упругой волны к требуемой зависимости $\tilde{T}(\omega)$ в заданном диапазоне частот $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$:

$$J = \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} [T(\omega) - \tilde{T}(\omega)]^2 d\omega \Rightarrow \min. \quad (2)$$

Одними из наиболее эффективных методов построения решений с требуемым комплексом свойств в вариационной постановке являются методы, основанные на принципе максимума Л.С. Понтрягина [1- 3, 11, 12]. Используя общую методологию принципа максимума Л.С. Понтрягина [1, 12, 13] можно обобщить классический вариант принципа максимума Л.С. Понтрягина на рассматриваемый случай управляемых систем вида (1). Тогда для общего случая наклонного падения негармонической упругой волны на композиционную конструкцию, состоящую из системы плоскопараллельных слоев, при введенных предположениях, функция Гамильтона может быть представлена в виде:

$$H(\cdot; \rho)|_z = \sum_{m=1}^M L_m(\theta_0, c(\rho), d(\rho); \rho) A_m(z),$$

$$b_{s-1} \leq z \leq b_s, s = 1, \dots, N, \rho \in \Lambda. \quad (3)$$

В этих обозначениях b_s ($s=1, \dots, N$) - координаты границ раздела слоев с различными физическими свойствами, θ_0 - угол падения упругой волны на конструкцию, $c(\rho)$, $d(\rho)$ - скорости распространения продольных и сдвиговых волн в материале допустимого набора с плотностью ρ , Λ - множество плотностей материалов допустимого набора, $L_m(\theta_0, c(\rho), d(\rho), \rho)$ ($m=1, \dots, M$) - заданные аналитические функции своих аргументов, определяющие структуру функции Гамильтона. Функции $A_m(z)$ ($0 \leq z \leq l$) выражаются через решения исходной краевой задачи и сопряженной к ней, описывающих распространение упругих волн в слоистой среде [1, 12]; l - общая толщина структурно-неоднородной конструкции. Тогда необходимые условия оптимальности типа принципа максимума Л.С. Понтрягина для исследуемых задач оптимального синтеза в вариационной постановке могут быть сформулированы следующим образом. Пусть $\rho^*(z)$, $c^*(z)$, $d^*(z)$ ($0 \leq z \leq l$) оптимальное распределение физических свойств по толщине неоднородной конструкции. Тогда выполнено условие

$$H(\cdot; \rho^*(z))|_z = \max_{\rho \in \Lambda} H(\cdot; \rho)|_z,$$

$$0 \leq z \leq l. \quad (4)$$

Проведем конструктивный анализ вариационных постановок задач оптимального синтеза для решения задач эффективного экранирования упругих, сейсмических волн приповерхностными слоями с определенными физико-механическими свойствами. В этом случае вводимый критерий качества (3) связан с требованием максимального уменьшения интенсивности упругой, сейсмической волны на внутренней поверхности конструкции в заданном диапазоне частот. Для рассматриваемого случая требуемое значение энергетического коэффициента пропускания имеет вид: $\tilde{T}(\omega) = 0$, $\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$. Такого рода задачи оптимального синтеза связаны с экранированием упругих, сейсмических волн при прохождении через структурно-неоднородную конструкцию. Структурно-неоднородная конструкция, находящаяся на пути распространения упругой волны при этом называется экранирующей конструкцией, или экраном (например, сейсмозащитный экран).

В работах [13-15] показано, что создание многослойного экрана определенной структуры, состоящего из слоев с определенным образом подобранными физико-механическими свойствами, в ряде случаев может привести к эффективному уменьшению интенсивности прошедших через экран сейсмических волн. Однако указанные исследования в целом не дают возможности практически решать задачу о выборе оптимальной конструкции экрана для защиты сооружений от действия упругих, сейсмических нагрузок, поскольку применяемые подходы не позволяют варьировать изучаемые параметры в широком диапазоне. В частности, в работе [15] проведено исследование задач проектирования слоистых сейсмозащитных экранов методами физического моделирования, и в частности, методом динамической фотоупругости. При этом для случая конструкции экрана только из двух материалов рекомендовано в качестве таких материалов использовать высокомодульный и низкоимпульсный материалы.

Теоретический анализ уравнений распространения упругих волн в структурно-неоднородной конструкции экрана, с учетом полученных результатов, а также проведенные в последующем вычислительные эксперименты по разработанной методике, позволили сделать вывод, что наиболее эффективными при проектировании физико-механической и геометрической структуры экрана оказываются не высокоимпульсный и низкоимпульсный материалы, а материалы с экстремально различающимися сейсмическими жесткостями т.е., материалы удовлетворяющие условию: $Z = \rho c \Rightarrow \underset{\Lambda}{extr}$. Данный результат в большей степени соответствует физике процесса взаимодействия упругих, сейсмических волн со структурно-неоднородными преградами, поскольку, как установлено на основе сравнительного анализа значительного числа экспериментальных данных, определяющее значение среди различных физических характеристик материалов, грунтов, и их комбинаций при прохождении упругих, сейсмических волн имеет именно сейсмическая жесткость. Рекомендации же, полученные методами физического моделирования, и в частности методом динамической фотоупругости, являются неточными, поскольку рассматривалось ограниченное количество материалов, что не позволило выделить эффективные комбинации физических характеристик материалов, имеющие определяющее значение при проектировании эффективных сейсмозащитных экранов.

В случае наклонного падения упругих волн на основе полученных результатов установлено, что расширение допустимого набора материалов позволяет существенно расширить возможности экранирующей конструкции по гашению энергии упругих волн. При этом установлено, что кроме материалов с экстремально различающимися сейсмическими жесткостями, значительную роль в формировании оптимальной конструкции экрана при наклонном падении упругих волн играет материал допустимого набора Λ , физические свойства которого удовлетворяют условию:

$$\rho^* = \arg \min_{\rho \in \Lambda} \rho d^2(\rho). \quad (5)$$

Показано, что изменение уровня интенсивности упругой, сейсмической волны при ее прохождении через конструкции сооружения в существенной степени зависит от соотношения сейсмических жесткостей граничащих сред. При этом важное значение при решении вопросов уменьшения уровня интенсивности упругой, сейсмической волны имеют экстремальные соотношения между сейсмическими жесткостями граничащих сред:

$$\begin{aligned} R(u(\cdot)) &= F(Z_1, Z_2, \dots, Z_N), \\ R(u(\cdot)^*) &= \underset{\{u(\cdot)\}}{extr} R(u(\cdot)). \end{aligned} \quad (6)$$

В этих обозначениях: $Z_i (i = 1, \dots, N)$ – сейсмические жесткости граничащих сред; $u(\cdot)$ - функциональное распределение физико-механических и геометрических характеристик в конструкциях сооружений; $u^*(\cdot)$ - соответствующее оптимальное функциональное распределение физико-механических и геометрических характеристик в конструкции.

Таким образом, разработка проблемы научных основ специального подбора физико-механической и геометрической структуры оснований, фундаментов конструкций сооружений различного назначения имеет важное значение для эффективного решения задач экранирования упругих, сейсмических волн с целью уменьшения уровня их интенсивности при их взаимодействии с конструкциями сооружений. Проведенные исследования закономерностей распространения упругих, сейсмических волн в структурно-неоднородных средах, позволили уточнить и обобщить результаты, полученные другими авторами на основе методов физического моделирования (метод динамической фотоупругости, метод электрических аналогий и т.п.) .

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований - грант № 13-08-00229.

Список литературы: 1. Гусев Е.Л. Математические методы синтеза слоистых структур. Новосибирск: Наука, 1993. 262 с. 2. Гусев Е.Л. Качественные закономерности взаимосвязи параметров в оптимальных структурах в задачах оптимального синтеза неоднородных структур из дискретного набора материалов при волновых воздействиях // Доклады РАН. 1996. Т. 346. № 3. С. 324-326. 3. Гусев Е.Л. Качественные закономерности структуры оптимальных решений в задачах оптимального синтеза многослойных конструкций при воздействии упругих волн // Доклады РАН. 1998. Т. 368. № 1. С.53-56. 4. Гусев Е.Л. Предельные возможности слоистых структур при воздействии акустических волн // Известия РАН. Механика твердого тела. 2003. № 2. С.173-179. 5. Гусев Е.Л. Оптимальный синтез композиционных структур, обеспечивающих предельное гашение температурных волн // Математическое моделирование. 2006, т. 18, № 8. С. 123-128. 6. Гусев Е.Л. Исследование предельных возможностей слоисто-неоднородных термостабилизирующих конструкций // Известия РАН. Механика деформируемого твердого тела. 2006. № 3. С. 96-102. 7. Гусев Е.Л. Математические методы оптимального синтеза слоисто-неоднородных структур при волновых воздействиях // Труды XI Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». Санкт-Петербург: Наука, 2012. С. 461-464. 8. Гусев Е.Л. Конструктивные методы синтеза слоисто-неоднородных структур при воздействии упругих волн // Акустический журнал. 2008. Т. 54. № 5. С.1-8. 9. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с. 10. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред (в приложении к теории волн). М.: Наука, 1988. - 366 с. 11. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с. 12. 12. Гусев Е.Л., Бакулин В.Н., Марков В.Г. Методы оптимального проектирования и расчета композиционных конструкций. Т.1. М.: Наука-Физматлит, 2008. 256 с. 13. Петрашень Г.И. Постановка задач на сейсмическое экранирование волн тонкими слоями и методы их решения // Задачи теории упругости, ЛГУ, 1954, в. 4. 14. Мелик-Елчян А. Г., Акопян К. А. Рекомендации по повышению сейсмостойкости зданий методом экранирования сейсмических волн. II. Тула: Приокское книжное издательство, 1980. 137 с. 15. Мелик-Елчян А.Г. Повышение сейсмостойкости зданий и сооружений. Ереван, Айастан, 1989. -317 с.